

# MICROECONOMÍA I

## NOTAS DE CLASE

### UNIDAD 3: La teoría del productor

#### 3.1.- Funciones de producción

##### 3.1.1.- Definición

La función de producción indica el nivel de producción  $Q$  que obtiene una empresa con cada combinación específica de factores de producción. Para simplificar, se supondrá que sólo hay dos factores de producción: (i) Trabajo ( $L$ ); y, (ii) Capital ( $K$ ). Por lo tanto, se puede expresar la función de producción como:  $Q = F(K, L)$

La función de producción supone una tecnología dada (conocimiento de cómo transformar los factores en producto)

Las funciones de producción describen lo que es técnicamente viable cuando la empresa produce eficientemente, es decir la máxima producción que se puede lograr dados los factores.

##### 3.1.2.- Producción en el corto plazo

El corto plazo se refiere al período de tiempo en el que no es posible alterar uno o más factores de producción.

Típicamente se asume que en el corto plazo  $K$  es fijo y  $L$  es variable.

Producto marginal: producto adicional que se puede obtener empleando una unidad más de un factor productivo, manteniendo todos los demás factores productivos constantes.

$$\text{Productividad marginal del capital} = Pmg_K = \frac{\partial q}{\partial K} = f_K$$

$$\text{Producto marginal del trabajo} = Pmg_L = \frac{\partial q}{\partial L} = f_L$$

Nótese que las definiciones utilizan derivadas parciales, lo que refleja adecuadamente que la utilización de los demás factores productivos se mantiene constante, mientras se varía el uso del factor productivo que nos interesa.

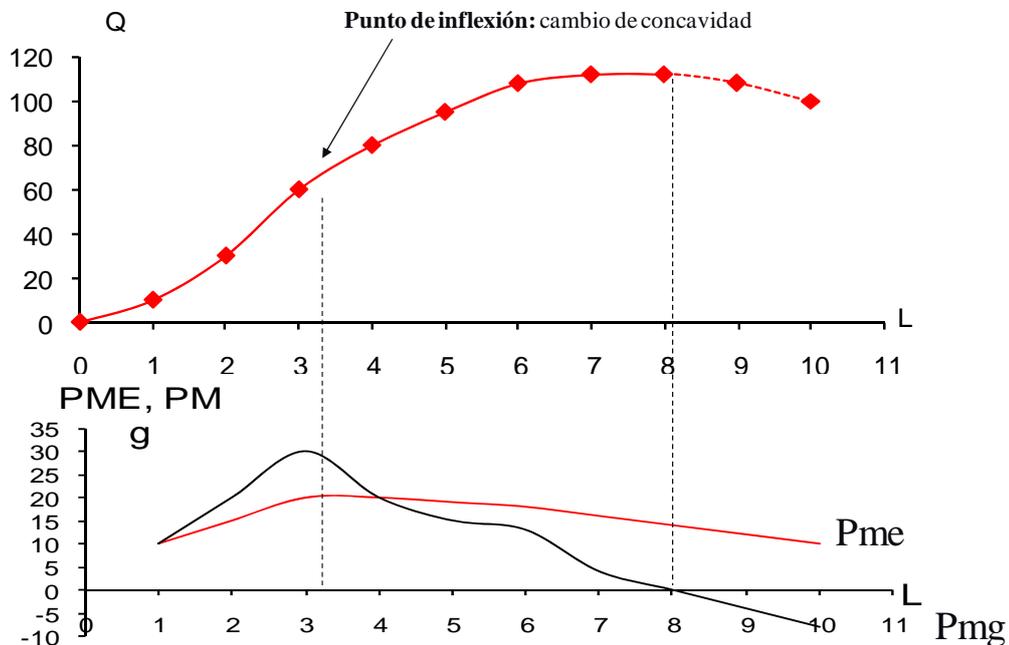
Producto marginal decreciente: es de esperar que el producto marginal de un factor productivo dependa de cuánto factor se utilice. Matemáticamente, se tendrá:

$$\frac{\partial Pmg_L}{\partial L} = \frac{\partial^2 q}{\partial L^2} = f_{LL} < 0$$

$$\frac{\partial Pmg_K}{\partial K} = \frac{\partial^2 q}{\partial K^2} = f_{KK} < 0$$

Producto medio: aunque este concepto no es tan importante en el análisis económico como la productividad marginal, resulta fácil cuantificar la productividad media y suele utilizarla como un indicador de eficiencia:

$$PMe_L = \frac{\text{producción}}{\text{factor trabajo}} = \frac{q}{L} = \frac{f(K,L)}{L}$$



La función de producción descrita tiene tres etapas bien marcadas:

- (i) I: donde  $PMe_X$  es creciente.  $PMg_X$  es primero creciente (entre el origen y el punto A) y luego decreciente (entre A y B). Esta etapa termina en el momento en que  $PMe_X$  se hace máxima y se iguala con  $PMg_X$ .
- (ii) II: tanto  $PMe_X$  y  $PMg_X$  son decrecientes, pero no negativos (entre puntos B y C). Esta zona termina en el momento en que la  $PMg_X$  se torna nula y corta al eje horizontal.
- (iii) III:  $PMg_X$  es negativo (del punto C hacia la derecha).  $Pme_X$  sigue siendo positivo, pero decreciente.

Ninguna empresa operará dentro de la tercera etapa ya que los programas de producción allí considerados no son técnicamente eficientes. Entonces, cada unidad adicional del factor de producción reduce la producción en lugar de aumentarla, lo que explica la forma decreciente de la curva de producción.

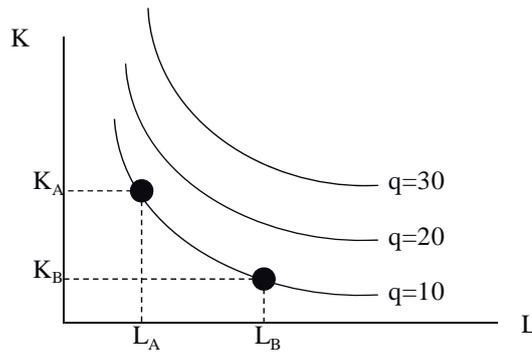
### 3.1.3.- Producción en el largo plazo

#### Isocuantas

muestra las combinaciones de K y L que puede producir determinado nivel de producto (por ejemplo,  $q_0$ ). Matemáticamente, una isocuanta muestra el conjunto de K y L que cumple:

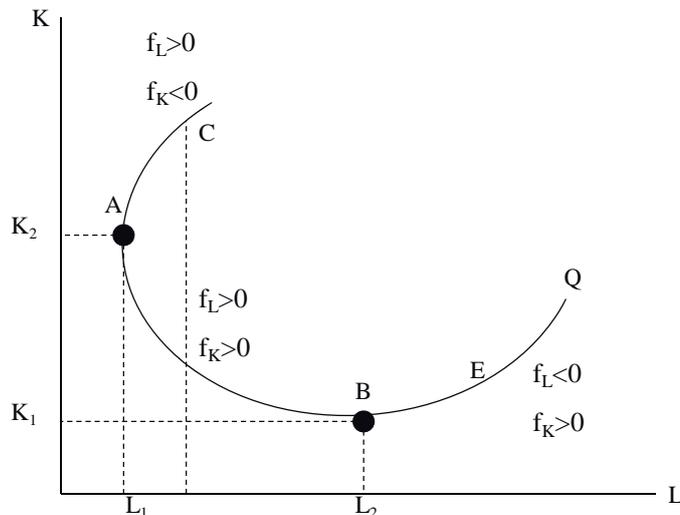
$$f(K, L) = q_0$$

Hay muchas isocuantas en el plano K-L. Cada isocuanta representa un nivel de producción distinto.



#### Isocuantas

Al utilizar cada vez más unidades de un insumo, después de un punto las unidades posteriores harán una aportación negativa a la producción.



De acuerdo al gráfico anterior, con más de  $K_2$  unidades de capital,  $Pmg_K$  es negativo. Si se usan más de  $K_2$  unidades de capital también se tienen que contratar unidades de trabajo adicionales para mantener constante la producción. De igual forma más allá de  $L_2$  unidades de trabajo,  $Pmg_L$  es negativo.

Entonces, **tiene poco sentido contratar una unidad de insumo cuyo  $Pmg$  sea negativo.** Tanto el grupo de insumos C como el A dan como resultado la misma producción total. Sin embargo, el grupo de insumos C contiene más de capital y más trabajo. Por lo tanto, el grupo de insumos C tiene que ser más caro y no se debe seleccionar.

Se puede presentar el mismo argumento para eliminar el grupo de insumos E o cualquier otro grupo que se encuentra en una parte de la isocuanta, en la cual la pendiente sea positiva. Sólo el segmento con pendiente negativa de la isocuanta (AB) es económicamente factible.

### 3.1.4.- La relación marginal de sustitución técnica

La RMST de una isocuanta muestra cómo se puede cambiar un factor productivo por otro manteniendo constante el nivel de producción. La RMST muestra la tasa a la que se puede sustituir capital por trabajo manteniendo constante la producción a lo largo de una isocuanta:

$$RMST(L \text{ por } K) = - \left. \frac{dK}{dL} \right|_{q=q_0}$$

$$dq = \frac{\partial f}{\partial L} \cdot dL + \frac{\partial f}{\partial K} \cdot dK = Pmg_L \cdot dL + Pmg_K \cdot dK$$

muestra cómo afectan a la producción cambios pequeños de L y K. A lo largo de esta isocuanta,  $dq=0$  (es decir, la producción es constante), por lo que:

$$Pmg_L \cdot dL = -Pmg_K \cdot dK$$

Entonces, a lo largo de una isocuanta, el incremento de la producción derivada de un pequeño aumento de L queda compensado exactamente por la disminución de la producción de una reducción adecuada de K.

$$- \left. \frac{dK}{dL} \right|_{q=q_0} = RMST(L \text{ por } K) = \frac{Pmg_L}{Pmg_K}$$

La RMST viene dada por el cociente de las productividades marginales de los factores productivos.

Importante: ya que tanto la  $Pmg_L$  como la  $Pmg_K$  serán no negativas (ninguna empresa decidirá utilizar un factor productivo que cuesta dinero y reduce la producción), la RMST también será positiva (o tal vez cero).

A lo largo de una isocuanta, RMST está disminuyendo. Para cocientes elevados de K respecto de L, RMST es un gran número positivo, lo que indica que se puede renunciar a una gran cantidad de capital si se dispone de una unidad más de trabajo.

Por otra parte, cuando ya se está utilizando mucho trabajo, la RMST es reducida, lo que significa que sólo puede cambiar una pequeña cantidad de capital por una unidad más de trabajo, si se quiere mantener constante el nivel de producción.

Un incremento de L acompañado de una disminución de K daría lugar a un incremento de la  $Pmg_K$ , una reducción de la  $Pmg_L$  y, por tanto, a una reducción de la RMST.

Entonces, la productividad marginal de un factor productivo depende del nivel de ambos factores: los cambios de L afectan a la  $Pmg_K$  y viceversa.

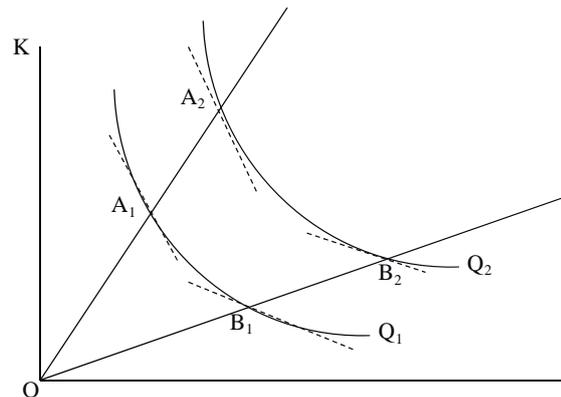
### 3.1.5.- Rendimientos de escala

Surge la pregunta: ¿cómo reacciona la producción a incrementos similares de todos los factores de producción al mismo tiempo?

$f(mK, mL) = mf(K, L)$  —————> Rendimientos constantes a escala

$f(mK, mL) < mf(K, L)$  —————> Rendimientos decrecientes a escala

$f(mK, mL) > mf(K, L)$  —————> Rendimientos crecientes a escala



Si  $OA_2/OA_1=2$ , entonces ambos insumos se duplican según se desplaza desde  $OA_1$  hasta  $OA_2$ .

En el caso de los rendimientos constantes a escala, el cambio tiene que ser igual en proporción al cambio de insumos, requiriéndose:  $Q_2/Q_1 = OA_2/OA_1$

Para rendimientos crecientes:  $Q_2/Q_1 > OA_2/OA_1$

Para rendimientos decrecientes:  $Q_2/Q_1 < OA_2/OA_1$

Asimismo, si  $OA_2/OA_1 = OB_2/OB_1$  se tiene que la función de producción es homotética, es decir la RMST entre dos factores depende únicamente del cociente del K respecto del L, y no de la escala de producción. **Por lo tanto, se dice que la función de producción es homotética si  $Pmg_K/Pmg_L$  no cambia ante cualquier variación porcentual de L y K.**

### 3.2.- Funciones de costo

#### 3.2.1.- Definición

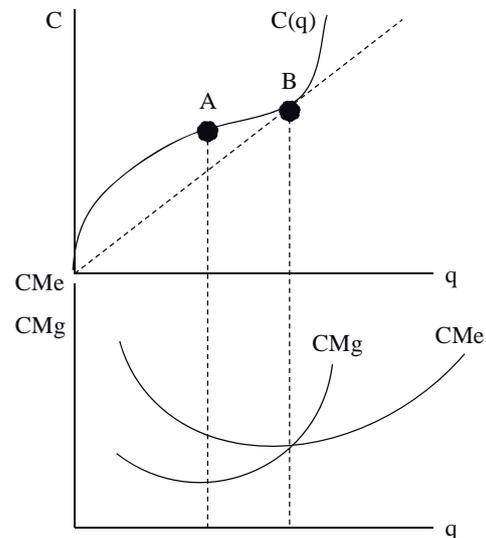
La función de costos indica cuál es el costo mínimo para producir un volumen dado del bien final de la empresa, considerando como constantes los precios de los insumos. Brinda información valiosa sobre la naturaleza de la tecnología que está a su disposición. Algunos conceptos de costos: (i) Costos contables: desembolsos efectivos; (ii) Costo de oportunidad: valor del recurso en su mejor uso alternativo; y, (iii) Costos hundidos: que no se pueden recuperar.

### Costo medio y costo marginal

Dada una función de costos  $C=C(q)$ , podemos definir una función de costo medio  $CMe(q)$  que indique el costo promedio de producir una unidad del bien final; y podemos definir una función de costo marginal  $CMg(q)$  que indique cuánto más cuesta producir una unidad adicional del bien final.

$$CMe(q) = \frac{C(q)}{q}$$

$$CMg(q) = \frac{dC(q)}{dq}$$



### 3.2.3.- Las curvas de corto y largo plazo

En el corto plazo, “activos fijos” permanecen constantes, independientemente de los incrementos/disminuciones en el volumen de producción de la empresa. En el largo plazo, empresa no sólo puede modificar la cantidad de mano de obra, sino también los otros insumos (activos fijos). Entonces, en el largo plazo, todos los insumos pueden variar en función del volumen de producción que desee alcanzar la empresa.

En el corto plazo:

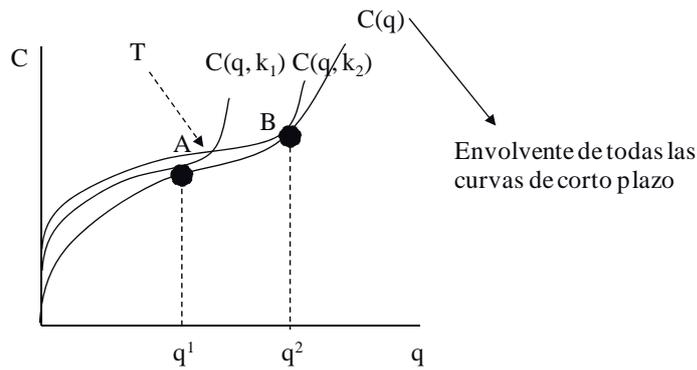
$$C(q) = CF + CV(q)$$

$$\frac{C(q)}{q} = \frac{CF}{q} + \frac{CV(q)}{q}$$

$$CMe = CFMe + CVMe$$

$$CMg = \frac{dC}{dq} = \frac{dCV}{dq}$$

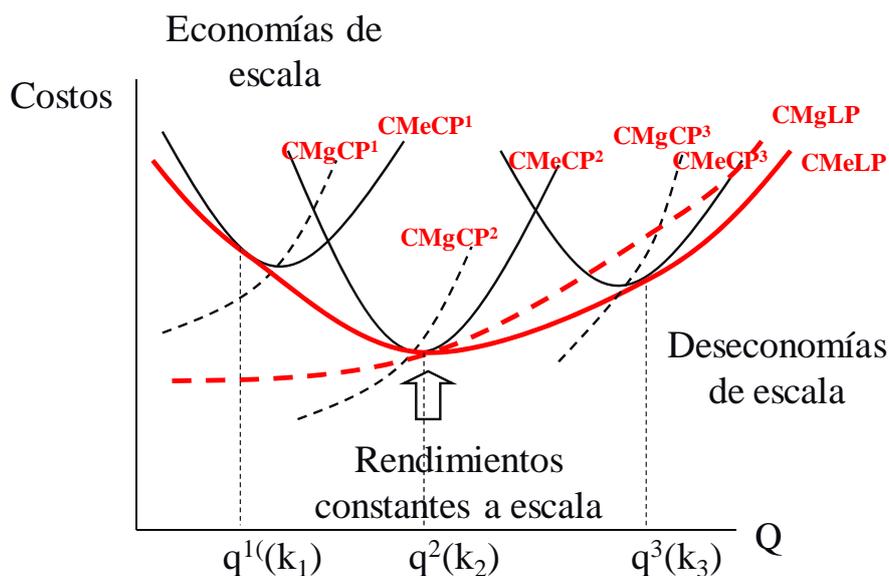
En el largo plazo no existen, por definición, costo fijos, de tal manera que no existe la necesidad de distinguir entre costos fijos y variables como en el corto plazo. Entonces, las curvas de  $CMe$  y  $CMg$  serán, en consecuencia, idénticas a las que vimos en el caso de corto plazo. Sin embargo, para comprender su verdadero significado es preciso compararlas directamente con las correspondientes curvas de corto plazo.



Después de que  $C(q, k^1)$  y  $C(q, k^2)$  se corten, en el punto T, la curva  $C(q, k^2)$  comienza a pasar por debajo de  $C(q, k^1)$ , como consecuencia de la mayor eficiencia que se puede alcanzar con un tamaño de planta mayor cuando la producción crece.

La tangencia en el punto A con la curva  $C(q, k^1)$  indica que la manera más eficiente de producir  $q^1$  unidades es empleando un tamaño de planta dado por  $k^1$  unidades de capital.

La tangencia en el punto B con la curva  $C(q, k^2)$  indica que la manera más eficiente de producir  $q^2$  unidades es empleando un tamaño de planta dado por  $k^2$  unidades de capital.



Cuando la empresa tiene rendimientos crecientes (economías de escala), es decir, se encuentra en el tramo decreciente del CMeLP, esta curva es tangente a cualquier curva de corto plazo, tal como CMeCP<sup>1</sup>, antes de que ésta alcance su punto mínimo.

Significa que cuando la empresa está trabajando con una cantidad fija de capital, diremos  $k_1$ , que es la óptima para producir  $q^1$  en el tramo de rendimientos crecientes, conviene aumentar la dotación de capital antes de explotar el capital que ya existe, hasta alcanzar el nivel mínimo del costo medio. Es decir, se puede alcanzar menores CMe aumentando la dotación de capital.

Cuando empresa tiene rendimientos de escala constantes, significa que conviene usar el capital existente  $k^2$  hasta alcanzar el costo unitario más bajo posible.

Cuando la empresa tiene rendimientos decrecientes (deseconomías de escala), curva de CMeLP es tangente a cualquier curva de CMeCP<sup>3</sup>, después de su punto mínimo.

Significa que si empresa cuenta con cantidad de capital K<sub>3</sub>, que es la óptima para producir q<sup>3</sup> en el tramo de rendimientos decrecientes, conviene aumentar dotación de capital sólo después de haber alcanzado el menor costo unitario con el capital existente.

### 3.3.- Optimización de la empresa

#### 3.3.1.- La función de oferta de la empresa

##### I.- La oferta y el costo marginal de la empresa

Sea C(q) la función de costos de la empresa, la función de ganancias será:

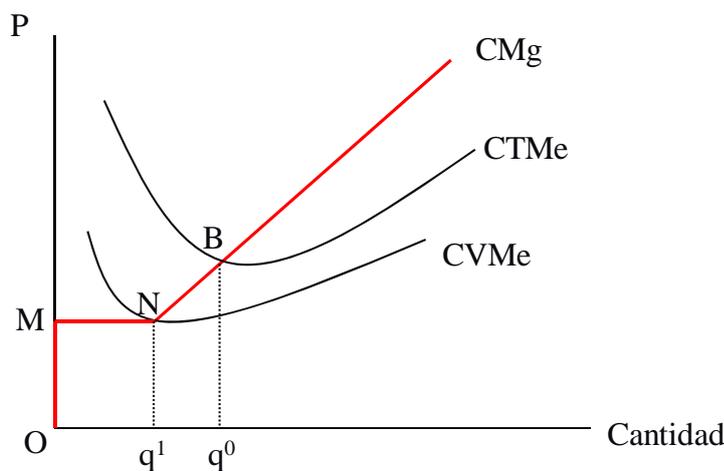
$$\pi(q) = pq - C(q)$$

Entonces las ganancias de la empresa dependen únicamente del volumen de producción elegido:

$$(i) \frac{d\pi(q)}{dq} = p - CMg(q) = 0$$

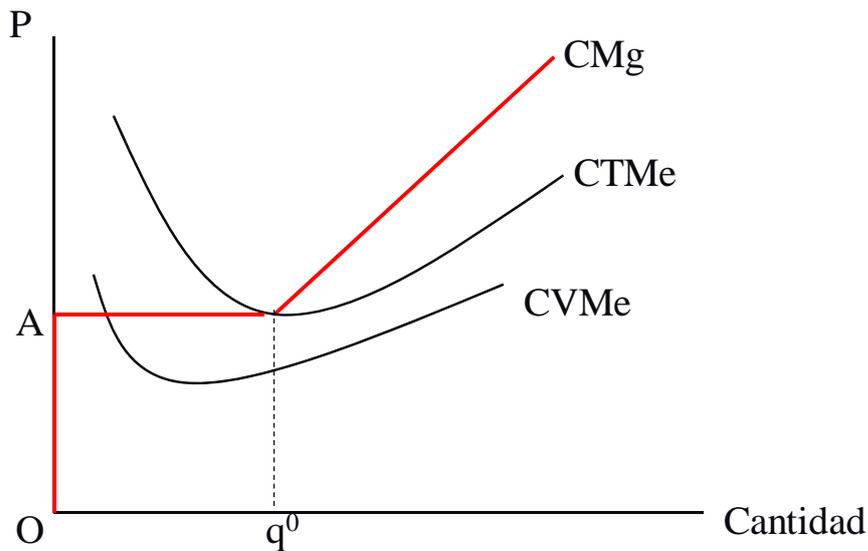
$$(ii) \frac{d^2\pi(q)}{dq^2} = -\frac{dCMg(q)}{dq} < 0$$

- Empresa maximiza beneficios expandiendo la producción hasta que el costo adicional que le signifique una nueva unidad producida (CMg) se iguale con el precio de mercado del bien final en cuestión.
- Si el precio de mercado sube o baja, su efecto sobre la producción se vería reflejado en movimientos a lo largo de la curva de CMg. Significa que la curva de CMg le dice a la empresa cómo debe modificar la producción a medida que cambia el precio de mercado. Entonces, el CMg vendría a ser la curva de oferta de la empresa.
- Curva de oferta será desde P<sub>min</sub>.



Todos los CF son hundidos. Interesa CVMe.

## II.- El caso de los costos hundidos



Ningún CF es hundido. Curva de oferta: línea roja.

Interesante: precio mínimo que necesita empresa para operar es  $<$  cuando hay costos hundidos.

Pregunta: ¿dónde estará el precio mínimo si algunos costos fijos son hundidos?

### 3.3.2.- Ingreso marginal y elasticidad

El concepto de ingreso marginal está directamente relacionado con la elasticidad de la curva de demanda de los productos de la empresa.

Sabemos que: 
$$\varepsilon_{q,p} = \frac{dq/q}{dp/p} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q}$$

Luego, si utilizamos  $\varepsilon_{q,p}$  para representar la elasticidad precio de la curva de demanda del producto de una única empresa, esta definición se podrá combinar con la ecuación anterior:

$$IMg = p + \frac{qdp}{dq} = p \left( 1 + \frac{q}{p} \cdot \frac{dp}{dq} \right) = p \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_{q,p}} \right)$$

La curva de demanda del producto de la empresa tiene pendiente negativa,  $\varepsilon_{q,p} < 0$  y el ingreso marginal será inferior al precio. Si la demanda es elástica ( $\varepsilon_{q,p} < -1$ ), el ingreso marginal será positivo. Si la demanda del producto de la empresa es infinitamente elástica ( $\varepsilon_{q,p} = -\infty$ ), el ingreso marginal será igual al precio. En este caso, la empresa es precio aceptante. Sin embargo, si la demanda es inelástica ( $\varepsilon_{q,p} > -1$ ), el ingreso marginal será negativo.

$\varepsilon_{q,p} < -1$	$IMg > 0$	$CMg = p \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_{q,p}} \right)$ $\frac{p - CMg}{p} = -\frac{1}{\varepsilon_{q,p}}$
$\varepsilon_{q,p} = -1$	$IMg = 0$	
$\varepsilon_{q,p} > -1$	$IMg < 0$	

### 3.3.3.- Maximización de ganancias

Para entender el comportamiento de la empresa es necesario conocer cuál es el objetivo que ella persigue con la producción de determinados bienes y servicios.

La mayor parte de las empresas que observamos en la vida real buscan maximizar ganancias. Existen, sin embargo, otras organizaciones como hospitales, escuelas, municipios, entre otros, que persiguen otros objetivos relacionados más directamente con la extensión y la calidad del servicio.

Supuestos: (i) empresa busca maximizar ganancias dada una restricción tecnológica; y, (ii) empresa es tomadora de precios tanto en lo que se refiere al producto que elabora como a los insumos que utiliza. Entonces, precios ya están dados en el mercado y sólo tiene que decidir respecto a volúmenes o cuánto producir y cuánto utilizar de cada insumo.

Sea una empresa que produce un solo bien final y cuyas posibilidades técnicas de producción están dadas por la función:

$$q = f(x_1, x_2, \dots, x_l)$$

sea "p" el precio del bien final y  $p_1, p_2, \dots, p_l$  los precios de cada uno de los insumos. Si empresa toma precios como dados:

$$\text{Max } \pi(x_1, x_2, \dots, x_l) = pq - \sum_{h=1}^l p_h x_h = pf(x_1, x_2, \dots, x_l) - \sum_{h=1}^l p_h x_h$$

$$\begin{aligned} \text{CPO: } \frac{\partial \pi}{\partial x_h} &= p \cdot \frac{\partial f}{\partial x_h} - p_h = 0 \\ &= p \cdot PMg_h - p_h = 0 \quad \forall h = 1, 2, \dots, l \end{aligned}$$

lo cual significa que:

$$p \cdot PMg_h = p_h, \quad \forall h = 1, 2, \dots, l$$

Es decir, la empresa maximiza ganancias utilizando cada insumo hasta el momento en que el producto de su productividad marginal por el precio del bien final se iguala con el precio del insumo en cuestión. Una vez calculado el nivel óptimo de utilización de cada insumo, la empresa calcula el volumen de producción que maximiza ganancias utilizando la función de producción.

La condición de 2do orden exige que matriz de segundas derivadas parciales sea negativa definida en el punto óptimo.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_h \partial x_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_l} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_l \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_l \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_l^2} \end{bmatrix} \quad \left. \vphantom{\frac{\partial^2 f}{\partial x_h \partial x_k}} \right\} \text{Hessiano}$$

Dado que toda función cóncava satisface esta condición, se puede concluir que si la función es cóncava las condiciones de primer orden son necesarias y suficientes para garantizar que se está maximizando la función de ganancia.

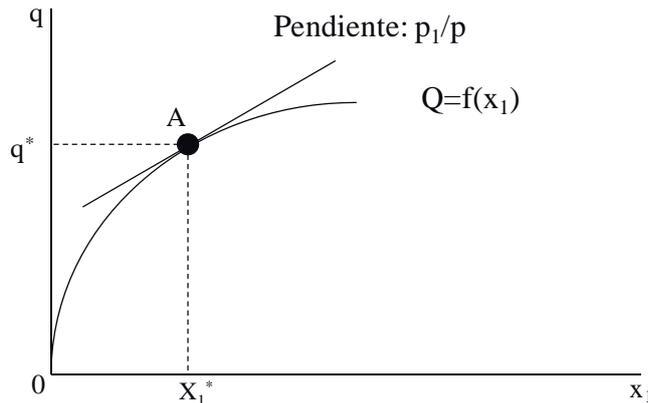
### 3.3.4.- El caso de un insumo variable

Supongamos que en el corto plazo, la empresa sólo puede modificar la cantidad utilizada del insumo 1, y que la cantidad de todos los insumos (del 2 al  $l$ ) permanece constante.

Entonces,

$$p \cdot Pmg_1 = p_1 \quad \text{ó} \quad Pmg_1 = \frac{p_1}{p}$$

gráficamente:



Como se puede apreciar en el gráfico. en A,  $Pmg_1$  se iguala con ratio  $p_1/p$ . Dice: cuánto cuesta el insumo 1 en términos de unidades físicas del producto. Entonces, empresa utiliza el insumo 1 hasta que su  $Pmg$  se iguala con su  $Cmg$ , ambos medidos en unidades del bien final. Antes de A,  $Pmg_1$  (o sea pendiente de la función de producción) es mayor que el ratio de precios. A la empresa le conviene aumentar el uso del insumo  $x_1$  cuando una unidad adicional le reporta más de los que le cuesta, hasta A.

### 3.3.5.- El caso de dos o más insumos variables

Las CPO exigirán:  $p \cdot PMg_1 = p_1 \quad \dots(1)$

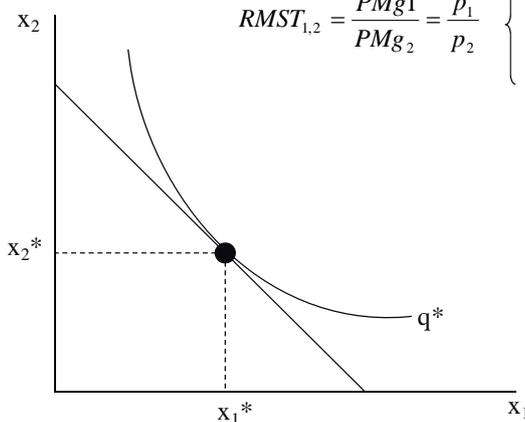
$p \cdot PMg_2 = p_2 \quad \dots(2)$

ambas ecuaciones permiten encontrar las cantidades óptimas de:  $x_1^*$  y  $x_2^*$  con las cuales la empresa está maximizando ganancias al producir  $q^*$ .

Luego, (1) entre (2):

$$RMST_{1,2} = \frac{PMg_1}{PMg_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Esta condición dice que la isocuanta que representa  $q^*$  debe ser tangente al ratio de precios relativos de insumos  $p_1/p_2$



En el caso general, de “l” insumos, la empresa exige la cantidad óptima de cada insumo, resolviendo el sistema de “l” ecuaciones simultáneas:

$$p.Pmg_h = p_h, \quad \forall h = 1,2,\dots,l$$

Las cantidades  $x_h^*$  seleccionadas deben satisfacer, por definición la condición de que al tomar los insumos de dos en dos:

$$RMST_{r,s} = \frac{PMgr}{PMgs} = \frac{p_r}{p_s} \quad \forall_{r,s} = 1,2,\dots,l$$

La RMST de todos los insumos deben ser iguales a los ratios de sus precios relativos

Cuando una empresa vende su producción en un mercado perfectamente competitivo y compra insumos en mercados que también son competitivos, **entonces la maximización de ganancias lleva a tomar decisiones que también son eficientes desde el punto de vista de la sociedad en su conjunto.**

Supongamos que “p” mide el valor monetario de la satisfacción que obtienen los consumidores de una unidad adicional del bien final que produce la empresa, y que “p<sub>h</sub>” representa el costo de oportunidad del insumo h, es decir, lo que la sociedad podría ganar utilizando esa última unidad del insumo “h” en otro uso alternativo.

Entonces, las cantidades óptimas de c/insumo h, “x<sub>h</sub>\*”, que satisfacen las condiciones de primer orden, no sólo permiten maximizar ganancias de la sociedad, sino el beneficio que percibe toda la sociedad en su conjunto.

### 3.3.6.- El principio general de la eficiencia económica

La eficiencia económica puede ser vista de dos maneras:

- (i) Maximizar el volumen producido del bien o servicio, con un presupuesto fijado de antemano
- (ii) Minimizar el costo de producir un volumen prefijado, de antemano, del bien o servicio en cuestión.

$$(i) \quad \Leftrightarrow \quad (ii)$$

*Dualidad*

(i) **La maximización de producción dado un presupuesto**

$$Max \quad q = f(x_1, x_2) \quad (1)$$

$$s.a.: \quad p_1x_1 + p_2x_2 \leq C^\circ \quad (2)$$

$$L = f(x_1, x_2) + \lambda(C^\circ - p_1x_1 - p_2x_2) \quad (3)$$

Las C.P.O.:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = PMg_1 - \lambda p_1 = 0 \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = PMg_2 - \lambda p_2 = 0 \quad \dots (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = C^o - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0 \quad \dots (3)$$

$$RMST_{1,2} = \frac{PMg_1}{PMg_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{PMg_1}{p_1} = \frac{PMg_2}{p_2} = \lambda$$

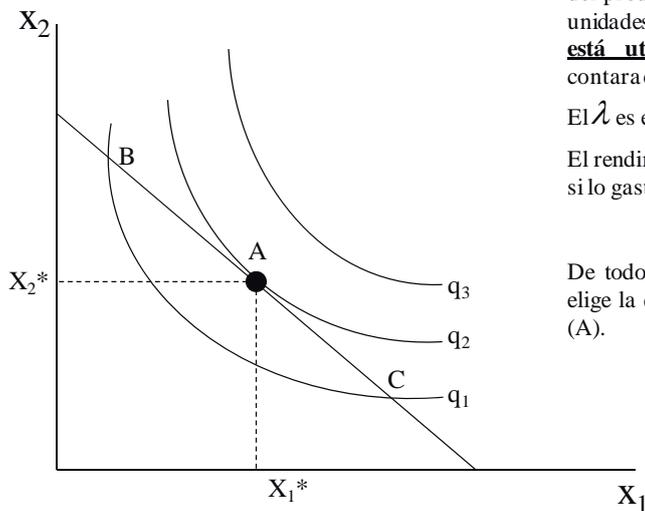
Consideremos el diferencial total de la función de producción:

$$\begin{aligned} PMg_1 &= \lambda p_1 & PMg_2 &= \lambda p_2 \\ dq &= PMg_1 dx_1 + PMg_2 dx_2 \\ &= \lambda p_1 dx_1 + \lambda p_2 dx_2 \\ &= \lambda (p_1 dx_1 + p_2 dx_2) \end{aligned}$$

Tomando diferencia a (3):  $dC^o = p_1 dx_1 + p_2 dx_2$

$$dq = \lambda dC^o$$

$$\lambda = \frac{dq}{dC^o}$$



El multiplicador de Lagrange  $\lambda$  viene a ser la derivada del producto respecto del presupuesto: mide cuántas unidades más podría producir la empresa **cuando está utilizando eficientemente los insumos**, si contara con un sol más de presupuesto.

El  $\lambda$  es equivalente a la **productividad del gasto**.

El rendimiento de sol adicional gastado debe ser igual si lo gastamos en uno u otro insumo.

De todos los puntos a lo largo de la recta, empresa elige la que le permite alcanzar la isocuenta más alta (A).

(ii) La minimización del costo dado Q

$$\text{Min } C = p_1x_1 + p_2x_2$$

$$\text{s.a. } f(x_1, x_2) \geq q^\circ$$

$(x_1^*, x_2^*)$  resuelve el lagrangiano :

$$k = p_1x_1 + p_2x_2 + \mu[q^\circ - f(x_1, x_2)]$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial k}{\partial x_1} = p_1 - \mu PMg_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial x_2} = p_2 - \mu PMg_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial k}{\partial x_3} = q^\circ - f(x_1, x_2) = 0 \quad (3)$$

$$RMST_{1,2} = \frac{PMg_1}{PMg_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\mu = \frac{p_1}{PMg_1} = \frac{p_2}{PMg_2}$$

$$\begin{aligned} dC &= p_1dx_1 + p_2dx_2 \\ &= \mu PMg_1dx_1 + \mu PMg_2dx_2 \\ &= \mu(PMg_1dx_1 + PMg_2dx_2) \end{aligned}$$

diferenciando (3):

$$dq = PMg_1dx_1 + PMg_2dx_2$$

$$\Rightarrow dC = \mu dq \Rightarrow \mu = \frac{1}{\lambda}$$

Mide cuánto más tendría que gastar la empresa i si tuviera que producir una unidad adicional del bien final, utilizando siempre los insumos de manera eficiente. Es el CMg.