



Matemáticas para los negocios.

Semana 2

a) Construcción del modelo matemático

- Variables de decisión
- Función objetivo y restricciones

¿Cómo se definen las variables de decisión?

Dada una situación es necesario identificar **¿qué se puede cuantificar? ¿qué valores necesitamos conocer para que se cumpla la función objetivo?**

Ejemplo:

Se dispone de 600 g de un de terminado fármaco para elaborar pastillas grandes y pequeñas. Las grandes pesan 40 g y las pequeñas 30 g. Se necesitan al menos tres pastillas grandes, y al menos el doble de pequeñas que de las grandes. Cada pastilla grande proporciona un beneficio de \$2 y la pequeña de \$1. ¿Cuántas pastillas se han de elaborar de cada clase para que el beneficio sea máximo?

Al leer la información que nos proporcionan de una situación determinada, nos damos cuenta, que necesitamos cuantificar la **cantidad de pastillas**, tanto **grandes como pequeñas** para lograr el objetivo de obtener el máximo beneficio.

Se procede a **asignar una literal (letra)** a cada tipo de pastilla para diferenciarlas, por ejemplo:

X= cantidad de pastillas grandes

Y= cantidad de pastillas chicas

De esta forma ya tenemos definidas las variables de decisión, y nos será posible escribir las expresiones de la función objetivo y restricciones en función de las variables de decisión.

¿Cómo saber si el objetivo es maximizar o minimizar?

La programación lineal es una herramienta que nos facilita la toma de decisiones relacionadas con los ingresos, utilidades, costos de distribución o de fabricación. De manera general la función objetivo será de maximización cuando se trata de **optimizar ingresos o utilidades; será de minimización cuando los costos sea lo que necesitamos optimizar**. El objetivo debe ser claro desde que se está analizando la información y se plantea la situación a resolver, y en caso de que nos proporcionen el contexto podremos identificarlo como parte de la información que nos brinden.

Ejemplo 1

*En una granja de pollos se da una dieta, para engordar, con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y 5 de B, y el otro tipo, Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de \$10 y del tipo Y es de \$30. **¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?***

En este caso el objetivo es **minimizar**, por lo tanto, al plantear la función objetivo se colocará **Zmin**, y sabemos que el “costo” está directamente relacionado con el precio de compra y la cantidad que se vaya a adquirir. Quedando la expresión de la función objetivo, como sigue:

$$Z_{\min} = 10X + 30Y$$

Ejemplo 2

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L 1 y de 30 minutos para el L 2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para el modelo L 1 y de 10 minutos para L 2. Se dispone para el trabajo manual de 100 horas al mes y para la máquina 80 horas al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 15 y 10 euros para L 1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el **máximo beneficio**.

En este caso el objetivo es **maximizar**, por lo tanto, al plantear la función objetivo se colocará **Zmax**, y sabemos que el beneficio se obtiene en función de la utilidad que genera cada unidad y cantidad que se fabrica. Quedando la expresión de la función objetivo, como sigue:

$$Z_{\max} = 15X + 10Y$$

¿Cómo establecer el signo de desigualdad correcto de cada restricción?

Es importante recordar que las restricciones nos permiten establecer la **relación entre las variables de decisión y los recursos** disponibles (limitantes) de la organización.

TIP: Es necesario poner “atención” para lograr identificar algunas **palabras clave** que nos permiten establecer el signo de desigualdad correcto. Habrá ocasiones en que será necesario usar el signo de “igualdad” (=)

Ejemplo 1

... **a lo más (como máximo)** se pueden fabricar 200 unidades de un determinado producto. Las palabras clave son: **“a lo más”** que significa que pueden fabricarse desde 0 hasta 200 unidades como máximo por lo tanto el signo deber ser **“menor o igual que”** ($\leq$) Suponiendo que X representa la cantidad a fabricar de un determinado producto, la restricción quedaría: **$X \leq 200$**

Ejemplo 2

... **mínimo (al menos)** se deben fabricar 20 unidades de un determinado producto. La palabra clave es: **“mínimo”** que significa que NO se pueden fabricar menos de 20 unidades, por lo tanto, el signo debe ser **“mayor o igual que”** ($\geq$)

Suponiendo que X representa la cantidad a fabricar de un determinado producto, la restricción quedaría: **$X \geq 20$**

¿Por qué es importante incluir en un modelo de PL la condición de no negatividad (CNN)?

Porque nos indica que los valores de las variables de decisión necesariamente deben ser **“cero”** o **“mayores a cero” (positivas)** para garantizar que la

solución encontrada sea **factible**. Sería ilógico pretender maximizar el ingreso de una organización, vendiendo una cantidad negativa de productos.