UTEL UNIVERSIDAD

Álgebra Superior

Semana 2

Números complejos

a) **Números imaginarios: operaciones fundamentales y potenciación**
b) **Forma polar, módulo y argumento, conversiones de la forma binómica a la polar y viceversa**

¿Qué son los números complejos?

Lo que tendríamos que entender en sí, es que es el número i, por lo que recordando que b es una raíz cuadrada del número a, es decir b = √a. Pero sabemos que cualquier número real al cuadrado es mayor o igual que 0. Esto implica que la raíz cuadrada de un número negativo no existe, sin embargo, cualquiera que haya trabajado con ecuaciones cuadráticas sabe que encontrarse con raíces de números negativos es muy habitual. Por esta razón, los matemáticos inventaron números que no son reales y cuyo cuadrado puede ser un número negativo.

Se define la unidad imaginaria i como la raíz cuadrada del número real negativo −1:

$$i = \sqrt{-1}$$

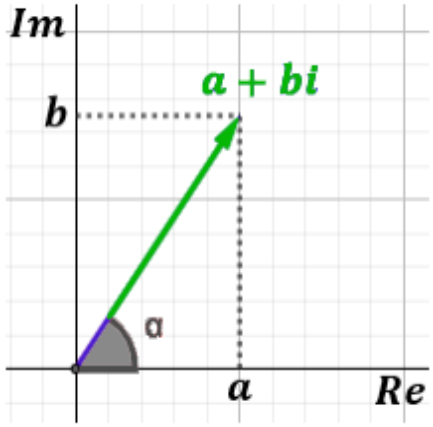
Ahora que ya sabemos qué ese la unidad imaginara, podemos definir los números complejos representados en su forma binómica. Siendo entonces, un número complejo, z, es la suma de un número real a más un número real b que es multiplicado por la unidad imaginaria i:

$$z = a + bi$$

En dónde, podemos identificar que a es la parte real y b se llama parte imaginaria,

¿Cómo represento los números complejos?

La forma habitual para representar a los números complejos es hacerlo como vectores del plano, y a dicho plano se le denomina plano complejo. Por lo tanto, z = a + bi, se representa como el vector de coordenadas (a, b).



- El eje horizontal es el eje real
- El eje vertical es el eje imaginario
- La longitud del vector se denomina módulo del complejo z
- El ángulo que forma el vector con la parte positiva del eje real se denomina argumento

Existen tres formas distintas de representar un mismo número complejo z, por ejemplo:

- $z=r\,\alpha = 3\sqrt{2}\ 135°$ (forma polar)
- $z=a + bi = -3+3i$ (forma binómica)
- $z=3\sqrt{2}\cdot(\cos(135\circ) + i \cdot \sin(135\circ))$ (forma trigonométrica)

Números complejos en forma polar

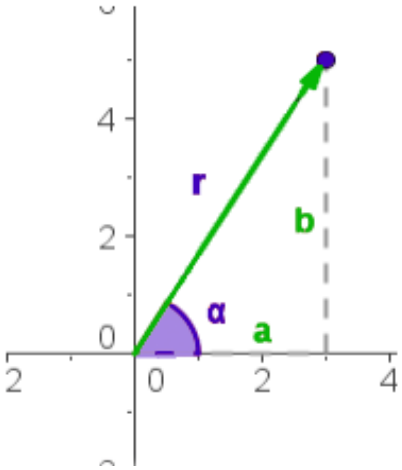
Un número complejo en forma polar consta de dos componentes, módulo y argumento.

El módulo de estos números es el módulo del vector determinado por el origen de coordenadas y su afijo. Se designa por |z|.

Siendo entonces que z = a + bi, y tomando en cuenta el teorema de Pitágoras podemos representar al vector como $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Por otro lado, el argumento del número complejo es el ángulo que forma el vector con el eje real. Se designa por arg (z).

La forma gráfica se representa por:



La expresión de un número complejo en forma polar es: $z = r\alpha$

¿Cómo se calcula el argumento de un número complejo y cómo lo ubico en el cuadrante correcto?

El argumento de un número complejo es el ángulo que forma el vector con el eje real. Se designa por arg(z).

Para calcular el argumento, calculamos el arco tangente de b/a prescindiendo de los signos, para ubicar el cuadrante en que se encuentra tendremos en cuenta:

$$\alpha = arctg\frac{b}{a}$$

$$\begin{cases} \frac{+b}{+a} = \propto \\ \frac{+b}{-a} = 180° - \propto \\ \frac{-b}{-a} = 180° + \propto \\ \frac{-b}{+a} = 360° - \propto \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{0}{+a} = 0° \\ \frac{0}{-a} = 180° \\ \frac{-b}{0} = 90° \\ \frac{-b}{0} = 270° \end{cases}$$