

3. ¿Quién desarrolló el método simplex?

- a) Thomas Edison.
- b) Jorge Dantzig.
- c) B. Pascal.
- d) Von Neuman.

4. ¿Qué importancia tuvieron las computadoras en el desarrollo de la I. O.?

- a) Poder imprimir las soluciones.
- b) Presentar en pantalla el resultado.
- c) Realizar cientos de operaciones por segundo.
- d) Mandar los resultados por Internet.

5. ¿Quiénes conforman la actividad gerencial de una empresa?

- a) Grupos interdisciplinarios.
- b) Los ingenieros.
- c) Los administradores.
- d) Los dueños.

1.2. La investigación de operaciones como método para la toma de decisiones

Actualmente las empresas tienen que resolver dos tipos de problemas básicos:

- *Problemas administrativos.* Se toman decisiones sobre las políticas a seguir, es decir, decisiones que afectan a la empresa a largo plazo. Por ejemplo, ¿conviene a la empresa cambiar su sistema de administración? ¿Qué beneficios obtiene la empresa si cambia su estrategia de mercadotecnia? Para analizar este tipo de problemas existe la *administración de operaciones*. Esta disciplina es la encargada de analizar la toma de decisiones desde el punto de vista administrativo.

- *Problemas operacionales.* Se toman decisiones que afectan a la empresa a corto plazo y tienen mayor impacto en su parte operativa. Éste es el tipo de problemas que tienen que resolver los ingenieros. Por ejemplo, ¿cuál método de producción maximiza las ganancias?, ¿cómo disminuir el tiempo de producción?, ¿cuál es la producción óptima de esta semana?, ¿cuánta materia prima solicitar para un periodo determinado?

Generalmente estas decisiones son complejas y representan una gran cantidad de dinero, por lo que el ingeniero debe contar con una herramienta que le permita cuantificar las relaciones existentes entre las distintas variables del problema.

La I. O. proporciona esta herramienta para la toma de decisiones, ya que podemos construir modelos matemáticos que nos indiquen la mejor alternativa desde un punto de vista cuantitativo.

En resumen, la toma de decisiones por parte del ingeniero: *es un proceso donde el ingeniero que enfrenta un problema, busca, entre una variedad de caminos posibles, el mejor, teniendo siempre presente maximizar los recursos de la empresa.*

Los miembros de la gerencia enfrentan todos los días problemas de asignación de recursos, mismos que surgen a partir de que:

- Las empresas cuentan con recursos limitados.
Ejemplo. En una fábrica de muebles, una de sus materias primas es la madera, un recurso limitado y del cual depende la producción.
- Existen varias formas de fabricar un producto.
Ejemplo. Una empresa tiene una máquina para soldar componentes eléctricos en un circuito, sin embargo, esta operación la pueden hacer los trabajadores. El problema es determinar cuál de las dos opciones de producción resulta más económica.
- Surgen nuevas tecnologías que permiten modificar el método de producción.
Ejemplo. Un hospital cuenta con una máquina para revelar radiografías capaz de revelar hasta 25 radiografías por hora. Al

hospital llega la propaganda sobre una nueva máquina reveladora, la cual tiene la capacidad de revelar hasta 45 radiografías por hora. Debemos decidir si conviene al hospital adquirir la nueva máquina.

- Los gobiernos dictan leyes ecológicas más restrictivas.
Ejemplo. La termoeléctrica Valle de México utilizaba petróleo para sus calderas, pero debido a los altos índices de contaminación del valle de México, se le prohibió utilizar este combustible. Por lo cual se buscó entre otros combustibles la mejor opción.
- Entra al mercado un nuevo producto competidor directo del nuestro.
Ejemplo. Una compañía telefónica no se había preocupado por mejorar sus líneas de transmisión debido a que no tenía competencia; sin embargo, al llegar ésta tuvo que buscar la manera de tener una mejor calidad de transmisión sin elevar costos.

Entre muchas otras.

Ante todo la gerencia de una empresa debe saber decidir cuál es la mejor alternativa de solución de los problemas que se presentan. Para hacerlo, necesita definir el problema tomando en cuenta todos los factores que intervienen en él, reconociendo las restricciones y evaluando cada una de las alternativas para encontrar aquella que optimice sus recursos.

Ejemplo 1

Verten de México desea aumentar recursos de sistemas computacionales para el departamento de contabilidad. En la actualidad cuenta con ocho computadoras PC Pentium a 233 Mhz, con 64 MB en RAM y discos duros de 1.2 GB. El ingeniero en sistemas debe tomar una decisión sobre cuál de las siguientes opciones es la que más conviene:

- a) Aumentar la memoria de 64 a 128 MB, colocar discos duros de 9.7 GB, cambiar de microprocesador a uno con velocidad de 600 Mhz.

b) Comprar 8 máquinas nuevas Pentium III, con 128 MB en RAM, discos duros de 16 GB y con una velocidad de 1 200 Mhz.

c) Comprar un servidor y conectar las computadoras en red.

Para hacerlo debe evaluar las tres opciones, tomando en cuenta el objetivo que se persigue: aumentar recursos de computo del departamento. Lo que se debe evaluar es el costo-beneficio que representa cada alternativa presentada. Con esto el ingeniero debe ser capaz de construir un modelo matemático que le permita cuantificar cada una de las opciones para poder elegir la mejor de ellas.

Ejemplo 2

Una fábrica de medicamentos produce dos tipos de pastillas, un analgésico y un antihistamínico. La fábrica opera 48 horas a la semana y emplea a ocho trabajadores de tiempo completo y cuatro de tiempo parcial que generan 300 horas de trabajo en el área de producción. Después del proceso de producción, las medicinas tienen que ser empaquetadas, en este departamento trabajan seis personas de tiempo completo y dos de tiempo parcial que en total producen 250 horas.

Para fabricar 1 000 pastillas del tipo analgésico se requieren tres horas de fuerza de trabajo en el departamento de producción y una en empaquetado; para producir 1 000 pastillas del tipo antihistamínico se requieren dos horas de fuerza de trabajo en el departamento de producción y 1.5 horas en empaquetado.

No se tienen problemas con la materia prima y se pueden vender hasta 10 000 pastillas de analgésicos y 12 000 de antihistamínicos. Se sabe que cada uno de los analgésicos deja una ganancia de \$ 0.23 por pastilla, mientras que los antihistamínicos \$ 0.13. ¿Cuál es la combinación de pastillas que optimiza la ganancia de la empresa?

Ejercicio 2

1. Relaciona las siguientes columnas.

- | | |
|---|--|
| a) Resuelve problemas de tipo operacional. | () Administración de operaciones. |
| b) Toma de decisiones. | () La I. O. |
| c) Resuelve problemas de tipo administrativo. | () El ingeniero. |
| d) Optimiza los recursos limitados de la empresa. | () La principal tarea de la gerencia. |
| e) Tomar en cuenta todos los factores que intervienen en un problema. | () Para resolver un problema, la gerencia debe... |

2. Describe el proceso de toma de decisiones del ingeniero.

_____.

1.3. Definiciones de la investigación de operaciones

A continuación presentamos algunas de las definiciones clásicas de la I. O., según el área de aplicación.

La definición dada por Morse y Kimball, autores de un libro de I. O., es la siguiente:

“La investigación de operaciones es un método científico para dar a los departamentos ejecutivos una base cuantitativa para las decisiones relacionadas con las operaciones que están bajo su control.” *

Thierauf y Grosse nos dan la siguiente definición:

*Morse, P.M. y G.E. Kimball, *Methods of Operations Research*, Nueva York: John Wiley & Sons.

“La I. O. utiliza el enfoque planeado (método científico) y un grupo interdisciplinario a fin de representar las complicadas relaciones funcionales de un sistema para suministrar una base cuantitativa para la toma de decisiones y descubrir nuevos problemas para su análisis cuantitativo.” *

Estas definiciones reflejan la idea que se tenía de la I. O. en sus orígenes.

Posteriormente, la I. O. se aplicó en campos tan diversos como la economía, la psicología o la medicina. En matemáticas es un área de investigación que ha dado resultados en el campo del análisis numérico.

Para tener un panorama general de las aplicaciones que tiene hoy en día la I. O., presentamos tres definiciones contemporáneas, la primera, tomada de un libro con un enfoque matemático, la segunda, de un libro con enfoque administrativo y la última con un enfoque de ingeniería:

“La I. O. es la herramienta que nos permite optimizar un problema complejo de decisión o ubicación.” **

Esta definición sólo contempla la I. O. como una herramienta matemática que permite resolver problemas matemáticos (obtener los máximos y mínimos de una función sujeta o no a restricciones).

“La I. O. es la ciencia de la administración; los administradores utilizan las matemáticas y las computadoras para tomar decisiones racionales en la solución de problemas.” ***

Esta definición sólo considera que la I. O. se utiliza para resolver problemas de administración de recursos y limita su uso sólo para los administradores.

“La I. O. es el conjunto de técnicas matemáticas y computacionales que utiliza el ingeniero para tomar decisiones, basadas en análisis cuantitativos, para la solución de problemas del tipo operacional.”

* Thierauf, R. J. y R.A. Grosse, *Toma de decisiones por medio de investigación de operaciones*, Limusa, México.

** Luenberger, David E., *Programación lineal y no lineal*, Addison-Wesley.

** Mathur, K. y D. Solow, *Investigación de operaciones*, Prentice- Hall.

Esta última definición deja claro el uso de la I. O. en ingeniería además de incluir las dos ciencias en la que se apoya esta disciplina.

La I. O. se auxilia de algunas otras áreas de las matemáticas, como: álgebra, álgebra lineal, geometría analítica y teoría de grafos. La aportación más importante es del álgebra lineal, la cual proporciona la sustentación teórica sobre si el problema tiene solución única, una infinidad de soluciones o ninguna solución. Por otro lado la computación es una herramienta electrónica capaz de efectuar millones de operaciones por segundo, minimizando los errores de cálculo cometidos por el ser humano, lo que hace posible que se tengan soluciones reales en tiempos razonables, ya que de otra manera nos tardaríamos meses en resolver un problema de I. O. que tuviera más de 10 variables.

Al unir computación y matemáticas desarrollamos algoritmos que permiten resolver problemas de toma de decisiones operacionales de una manera rápida y confiable. Actualmente existen varios paquetes computacionales que nos permiten resolver problemas de:

- Asignación de recursos.
- Redes de distribución.
- Programación lineal.
- Programación no lineal.
- Inventarios.
- Líneas de espera.
- Redes.

Algunos paquetes son: LINDO™, TORA™, STORM™, QSB™.

1.4. Metodología de la investigación de operaciones

La metodología de la I. O. está basada en el *método científico*, que plantea como primer paso la observación de un fenómeno real que necesitamos estudiar. En la I. O. se tiene un problema de tipo operativo para resolver en el cual se *identifican las variables*, además de los datos que intervienen en el mismo.

Como propuesta de hipótesis se *plantea el modelo matemático* que identifica y define el problema, el especialista debe *proponer soluciones* y predecir sus consecuencias. Finalmente se deben verificar mediante experimentación las hipótesis planteadas.

En la I. O. utilizamos técnicas matemáticas para obtener una mejor solución. Se verifica si puede ser aplicada ya sea por las limitaciones que la teoría propone, o bien, por que la solución matemática no se pueda aplicar por ir en contra de las políticas de la empresa.

Si tomamos como referencia el método científico, la metodología de la I. O. consiste de los siguientes pasos:

-
-
1. Formulación del modelo matemático.
 2. Solución del modelo matemático.
 3. Aplicación del modelo como solución del problema original.
-
-

1.4.1. Formulación del modelo matemático

Se pretende que el ingeniero identifique, comprenda y describa de una manera clara y cuantitativa el problema operativo que enfrenta la empresa, para que de esta manera pueda construir un modelo matemático.

Para hacer lo anterior debemos dividir las variables del problema en dos tipos:

- *Variables controlables.* Son variables que se pueden controlar o medir y es necesario determinar su valor para resolver el problema operativo.
- *Variables no controlables.* Son variables que no se pueden controlar ni medir, debido a que su comportamiento es del tipo aleatorio o porque no está en nuestras manos modificarlas. Estas variables no se incluyen en los modelos matemáticos de la I. O.

Ejemplos de variables controlables son:

1. En la aseguradora nos pueden decir que el monto máximo de la prima aseguradora es de \$ 120 000.00 y que no podemos asegurar a más de 200 000 personas.
2. Nos informan que como mínimo debemos producir 1 000 000 de tornillos al día, de los cuales sólo 0.01% pueden ser defectuosos.
3. El costo por energía eléctrica es de \$ 1.00 el kilowatt hora y nuestras máquinas consumen 2 watts por hora.

Necesitamos definir las variables controlables y los datos que son importantes en el proceso, para que con esta información podamos construir un modelo matemático que represente las relaciones entre las variables y los datos.

Ejemplo 3

La empresa Patito produce dos tipos de detergente, uno para ropa blanca y otro para ropa de color. El detergente de ropa blanca deja una ganancia de \$ 2.00 por litro vendido, mientras que el de ropa de color deja una ganancia de \$ 3.00. La empresa sólo puede producir 10 litros del de color y 15 del de ropa blanca al día. Los vendedores pueden vender como máximo 15 litros de detergente al día sin importar de cuál se trate. ¿Cuál es la combinación que maximiza las ganancias de la empresa?

Primero hay que identificar las variables.

Variables controlables.

Sea x la cantidad en litros producida del detergente para ropa blanca.
Sea y la cantidad en litros producida del detergente para ropa de color.

Ahora escribimos los datos:

La ganancia por litro vendido del detergente para ropa blanca \$ 2.00.
La ganancia por litro vendido del detergente para ropa de color \$ 3.00.

Unidad 1

La cantidad total de litros que puede producir la empresa es 10 litros de ropa de color y 15 de ropa blanca.

La cantidad de litros de detergente que se pueden vender al día son 15 litros.

Las relaciones entre las variables y los datos son:

Queremos cuantificar la ganancia que obtenemos al vender los detergentes. Sabemos que por cada litro vendido del detergente para ropa blanca ganamos \$ 2.00, por lo tanto, si vendemos x litros la ganancia por este detergente es de $2x$; por cada litro de detergente para ropa de color tenemos una ganancia de \$ 3.00, por lo cual, si vendemos y litros de este detergente la ganancia es de $3y$. La utilidad total queda determinada por la función:

$$f(x, y) = 2x + 3y$$

El objetivo es maximizarla, esto es, encontrar los valores de x y y que hacen que $f(x, y)$ tenga el *máximo* valor posible. Esto se lograría dando a las variables valores cada vez más grandes, sin embargo, esto no es posible debido a que nuestro problema tiene limitantes sobre estas variables, por ejemplo, sabemos que la empresa puede producir como máximo 10 litros del detergente para ropa de color y 15 del de ropa blanca; esto lo podemos representar matemáticamente como:

$$y \leq 10$$

$$x \leq 15$$

Además, sólo se pueden comercializar 15 litros de detergente al día sin importar de cuál se trate, matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$x + y \leq 15$$

Por último, sabemos que x y y no pueden ser negativas (no podemos producir una cantidad negativa de detergente), con lo cual obtenemos el siguiente modelo matemático:

Maximizar $f(x, y) = 2x + 3y$ sujeto a

$$x \leq 15$$

$$y \leq 10$$

$$x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

En el ejemplo anterior, el modelo que se obtuvo es de tipo *programación lineal*, el cual está formado por una función objetivo y una serie de desigualdades o igualdades que tienen la característica de limitar el valor de las variables controlables.

Ejercicio 3

1. Son las variables del problema que puedo medir.
 - a) Variables no controlables.
 - b) Variables controlables.
 - c) Datos.
 - d) Función objetivo.
2. Son las variables de tipo aleatorio o que no podemos modificar.
 - a) Variables no controlables.
 - b) Variables controlables.
 - c) Datos.
 - d) Objetivos.
3. Cantidades relacionadas con nuestro proceso que no cambian de valor.
 - a) Variables no controlables.
 - b) Variables controlables.
 - c) Funciones.
 - d) Datos.

4. Es el número de pasos de la metodología de la I. O.
- a) 5
 - b) 2
 - c) 3
 - d) 1
5. El modelo matemático representa las relaciones entre:
- a) Las variables controlables y los datos.
 - b) Las variables y los datos.
 - c) Las variables controlables y las variables no controlables.
 - d) Los distintos departamentos de una empresa.

1.4.2. Solución del modelo matemático

La solución del problema depende del tipo de modelo que se obtuvo: *lineal o no lineal*.

- Si *el modelo es lineal* se utiliza como método de solución: *el método gráfico o el método símplex*.
- Si *es un modelo no lineal sin restricciones* podemos utilizar métodos de máximo descenso o métodos de dirección conjugada.
- Si *el modelo es no lineal con restricciones* utilizamos métodos de multiplicadores de Lagrange o métodos de penalización.

En este libro estudiaremos modelos de programación lineal que, como ya mencionamos, se resuelven utilizando: método gráfico o bien método símplex. Este método se ajusta a problemas particulares, como por ejemplo: problemas de dietas, problemas de selección de personal, problemas de transporte, problemas de asignación, problemas de fabricar o comprar. Existe otro tipo de modelos, que incluyen en su formulación a la teoría de probabilidades, estos modelos están relacionados con la solución de problemas de redes y del tipo de líneas de espera. En las unidades siguientes estudiaremos cada uno.

Como la gran mayoría de los problemas en I. O. involucra una gran cantidad de operaciones, la solución de los modelos se lleva a cabo mediante el uso de programas de computadora.

Resolveremos el modelo que se construyó en el ejemplo 3.

Ejemplo 3 (continuación 1)

El modelo que obtuvimos es:

Maximizar $f(x, y) = 2x + 3y$ sujeto a

$$x \leq 15$$

$$y \leq 10$$

$$x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

Utilizando el método gráfico (Unidad 4) se encuentra la siguiente solución óptima.

$$x = 5, \quad y = 10$$

Este resultado se interpreta así: *debemos producir 5 litros de detergente de ropa blanca y 10 litros de detergente de ropa de color. La ganancia por esta combinación es de 40 pesos.*

1.4.3. Validación, instrumentación y control de la solución óptima

Una vez que se obtiene la solución óptima del modelo matemático que representa al problema operacional, debemos validarla. Si la solución no es válida debemos replantear nuestro modelo. En caso de que la solución óptima sea aplicable se instrumenta en la planta, pero debemos llevar un control de la misma. A continuación explicamos a detalle cada una de estas etapas.

a) Validación de la solución óptima

En ocasiones las soluciones matemáticas no pueden ser aplicadas a la realidad.

Tomemos como ejemplo un problema de física: se busca determinar el tiempo que tarda en caer un balón desde una altura h .

La solución de este problema involucra una raíz cuadrada, la cual hace que algunas veces se obtengan soluciones negativas, pero sabemos que no existen tiempos negativos, por lo tanto, la solución negativa es desechada por no ser factible de aplicar. Otro problema es que al modelar la caída libre se supone que la fricción del aire es despreciable, lo cual no siempre es válido; esto se hace con la finalidad de obtener un modelo simple.

En la I. O. pasa lo mismo, puede ser que la solución matemática no se pueda aplicar debido a políticas de la empresa, del gobierno o de la competencia, lo cual hace que se requiera buscar alternativas, o que la solución obtenida no sea factible de aplicarse en la realidad, porque propone dejar de producir algún producto o desechar maquinaria.

Por lo tanto, una vez que obtenemos la solución del modelo surge la siguiente pregunta:

¿La solución óptima es factible de aplicar?

Si la respuesta es afirmativa se implementa como solución, en caso contrario se reformula el problema.

b) Modificación del modelo

Si la solución óptima del modelo matemático no es factible de aplicar, se debe replantear el modelo, desechando o incorporando nuevos datos del problema. Se hace hincapié en que difícilmente se pueden obtener modelos que representen la realidad 100%, generalmente se sacrifican algunas variables para que el modelo tenga solución, pero tampoco se deben dejar a un lado las variables que son significativas en el problema.

c) Instrumentación de la solución óptima

Si la solución óptima es aplicable, se procede a instrumentarla en la planta, esto es, las variables controlables deben tomar el valor que se obtuvo en la solución.

d) Control de la solución óptima

Una vez validada e instrumentada la solución del modelo, debemos tener un control sobre la misma, ya que con el tiempo pueden cambiar algunos datos y se requiere saber si la solución sigue siendo válida o se debe replantear el modelo para nuevos valores.

Ejemplo 3 (continuación 2)

En el caso de la fábrica de detergente se obtuvo que la solución óptima es:

$x = 5$ y $y = 10$, esto es, producir 5 litros de detergente para ropa blanca y 10 litros de detergente para ropa de color da una ganancia de \$ 40.00. Observamos que esta combinación es factible, ya que cumple con todas las restricciones de nuestro problema:

x es menor a 15 litros.

y es igual a 10 litros.

La suma de $x + y$ es igual a 15.

Tanto x como y son positivas.

Pero, ¿qué pasa si la empresa adquiere una máquina con la que puede producir hasta 12 litros de detergente para ropa de color? En este caso debemos replantear nuestro modelo, el cual queda de la siguiente forma:

Maximizar $f(x, y) = 2x + 3y$ sujeto a

Unidad 1

$$x \leq 15$$

$$y \leq 12$$

$$x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

Que tiene por solución:

$$x = 3, \quad y = 12$$

Esta nueva solución se interpreta como: *debemos producir 3 litros de detergente para ropa blanca y 12 litros de detergente para ropa de color, lo cual nos da utilidad de \$ 42.00 al día, lo que mejora la ganancia respecto a la solución original.*

Ejercicio 4

1. El método para resolver problemas lineales es:

- a) Multiplicadores de Lagrange.
- b) Método símplex.
- c) Método de gradiente conjugado.
- d) Método de máximo descenso.

2. Debido a la gran cantidad de operaciones que involucra la solución de un problema de I. O. éstos se tienen que resolver:

- a) Usando logaritmos.
- b) En computadoras.
- c) Por matemáticos.
- d) Analíticamente.

3. Una vez que se tiene la solución óptima del problema de I. O. Entonces debemos:

- a) Justificar.
- b) Implementar.
- c) Modificar.
- d) Validar.

4. Si la solución óptima es aplicable, entonces debemos:

- a) Validar.
- b) Instrumentar.
- c) Modificar.
- d) Justificar.

5. Ya que la solución óptima se instrumentó, entonces debemos:

- a) Validarla.
- b) Modificarla.
- c) Controlarla.
- d) Imprimirla.

6. ¿Qué quiere decir instrumentar la solución óptima?

_____.

7. ¿Por qué se debe validar la solución óptima?

_____.

8. Si la solución óptima no es aplicable, ¿qué debemos hacer?

_____.

1.5. Usos y ventajas de los modelos de investigación de operaciones

La I. O. ayuda al administrador y al ingeniero en la toma de decisiones, las cuales pueden ser estratégicas u operacionales. Las decisiones operacionales, a diferencia de las estratégicas, se usan repetidamente. Por lo tanto, debemos buscar la manera de ahorrar tiempo y esfuerzo en su formulación y en los algoritmos para su solución.

Los problemas que se pueden resolver utilizando la I. O. son tan diversos como las técnicas utilizadas. A continuación damos un panorama general de los modelos mencionando sus aplicaciones y ventajas.

Modelo de programación lineal

Se caracteriza por ser un modelo determinístico, con una función objetivo y una serie de restricciones lineales. Se usa al resolver problemas como:

- Toma de decisiones en los negocios.
- Transporte.
- Asignación de recursos.
- Dietas.
- Producción.

La principal ventaja es que se cuenta con el *método símplex* para resolverlos, y que siempre es posible saber si el problema tiene o no solución, además de poder realizar un análisis del tipo ¿qué pasa si se modifica el valor de un dato?

Modelo de programación entera

Un inconveniente de la programación lineal es que puede ser que la solución óptima no sea un número entero, por lo tanto, no se puede aplicar. Por ejemplo, si necesitamos saber cuántos obreros contratar y la solución es 12.3, no es posible aplicarla. Por lo tanto, los problemas en que se necesita que la solución sea entera se resuelven con una variación de la programación lineal, la cual recibe el nombre de programación entera. Los problemas que podemos resolver con este tipo de modelo son:

- Problemas de costo fijo.
- Problemas de transporte.
- Problemas de asignación de recursos.

Los inconvenientes de la programación entera son que, al aumentar una variable, el número de soluciones posibles se duplica, esto es, se tiene un crecimiento exponencial, además de que al quitar algunas de las soluciones (las no enteras) del problema original, ya no se puede garantizar la existencia de la solución óptima. Por lo tanto, *el método símplex no funciona en general al resolver problemas de programación entera*. En su lugar se ocupan algoritmos como:

- Técnica de ramificación y acotamiento.
- Método de planos cortantes.

Programación no lineal

Cuando la función objetivo o las restricciones son no lineales, tenemos un problema de programación no lineal. Este tipo de modelos se obtienen cuando las relaciones entre las variables y los datos no son lineales, por ejemplo:

- Problemas de mezcla de productos con elasticidad en los precios.
- Problema de transporte con descuentos por volumen en los precios del embarque.
- Selección de una cartera de inversiones riesgosas.

Algunos de los métodos para resolver este tipo de problemas son:

- Método gráfico.
- Método de máximo descenso.
- Método de multiplicadores de Lagrange.
- Método de gradiente conjugado.

El inconveniente de este tipo de modelos es que su solución es más complicada y su ejecución en la computadora es más difícil y costosa (por el número de operaciones-máquina).

Modelo de redes

Este es un tipo especial de problemas que se pueden resolver utilizando programación lineal o programación entera, sin embargo, la forma de obtener el modelo es distinta, ya que generalmente se utilizan grafos* para poder representar de una manera más sencilla el problema. Algunas de sus aplicaciones son:

- Problema de la ruta más corta.
- Problema de flujo máximo.
- Problema de flujo de costo mínimo.

*Conjunto de vértices unidos por arcos o aristas.

Unidad 1

El uso de grafos para plantear los problemas de redes vino acompañado de la teoría de grafos, la cual permitió el desarrollo de dos técnicas para la solución de este tipo de problemas:

- PERT (técnica de evaluación y revisión de programas).
- CPM (método de la ruta crítica).

Modelos de líneas de espera

Cuando la demanda de un servicio es mayor a su oferta, tenemos un problema de líneas de espera o colas, por ejemplo, si es más rápido el ensamblado de los automóviles que pintarlos, entonces los automóviles tendrán que esperar a que se desocupe la máquina que aplica la pintura. Este tipo de problemas necesita de la teoría de probabilidades para poder ser formulado. Algunos de los métodos desarrollados para su solución son:

- Modelos con distribución de Poisson.
- Modelos con distribución exponencial.
- Modelos de un canal.
- Modelos multicanales.

Un ejemplo de este tipo de problemas es el siguiente:

En un banco llegan de manera aleatoria 10 clientes por hora y en promedio cada cliente tarda 20 minutos en hacer sus operaciones, ¿cuántos cajeros se debe tener disponibles para que la fila no sea mayor a 5 personas?

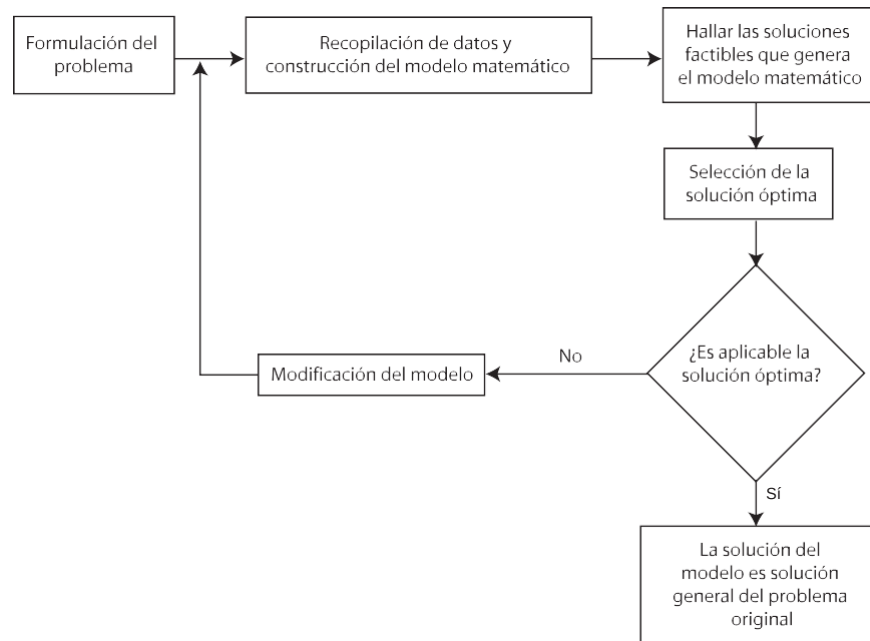
En general *las ventajas de utilizar la I. O. en la solución de problemas operacionales* son:

- Las decisiones son tomadas usando análisis cuantitativos dejando a un lado las cualitativas. Además, nos permiten realizar análisis de sensibilidad, esto es, predicciones de tipo: ¿qué pasa si cambia el valor de uno de nuestros datos? Por ejemplo, si tenemos la opción de comprar la materia prima a un nuevo distribuidor a un precio más económico, ¿cómo afectará a nuestros niveles de producción? Esta pregunta se resuelve primero de forma teórica en el papel y después se pone en práctica, si es que conviene a los fines de la empresa.

- Permite tomar decisiones del tipo global; esto es, decisiones que tomen en cuenta los puntos de vista de cada uno de los departamentos de la empresa.

Resumen

En esta unidad estudiamos los orígenes, metodología y usos de la I. O. Definimos que la *administración de operaciones*, se encarga de resolver problemas de tipo estratégico, mientras que la I. O. resuelve problemas de tipo operacional. Para estudiar la metodología de la I. O. se sigue el siguiente esquema:



En la unidad 2 aprenderemos a construir modelos matemáticos que representen las relaciones entre las variables controlables y los datos de un problema operacional real.

1.6. Problemas de aplicación de la investigación de operaciones

Ahora presentamos un caso práctico de programación lineal y su modelo matemático asociado; no explicamos cómo se obtuvo la solución. Los procedimientos se estudiarán en las siguientes unidades. También se enuncia una aplicación de línea de espera.

Caso práctico: programación lineal

Una empresa de petróleo tiene tres refinerías para surtir de gasolina a la ciudad 1. La primera se encuentra en la ciudad M , la segunda en la ciudad N y la tercera en la ciudad Q .

De la planta de M se pueden transportar 15 000 litros de gasolina al día, mientras que de N 20 000 y de Q 35 000. El costo por litro de gasolina transportado de M es de \$ 1.50, de N es de \$ 2.00 y de Q es de \$ 2.20.

Si la demanda de gasolina en la ciudad 1 es de 28 000 litros al día, ¿cuál es la combinación que minimiza los costos de transportación?

En este caso el modelo matemático que se obtiene es:

$$Z_{\min} = 1.5x + 2y + 2.2z$$

$$x + y + z = 28\ 000$$

$$x \leq 15\ 000$$

$$y \leq 20\ 000$$

$$z \leq 35\ 000$$

$$x, y, z \geq 0$$

Donde x es la cantidad en litros de gasolina transportados desde M , y es la cantidad transportada desde N y z es la cantidad transportada desde Q .

Si para este problema usamos el paquete computacional LINDO, obtenemos la siguiente solución:

Objective function value

$$\begin{aligned} 1) & 48\,500.0000 \\ X &= 15\,000.00 \\ Y &= 13\,000.00 \\ Z &= 0 \end{aligned}$$

Lo cual indica que debemos transportar 15 000 litros desde *M* y 13 000 desde *N*, lo que nos cuesta \$ 48 500.00. Esta solución es factible porque cumple con todas las restricciones de nuestro problema, por lo tanto, la aplicamos.

Si después de un tiempo el costo de transportar la gasolina desde *N* se incrementa a \$ 2.15 y se restringe a sólo 10 000 litros al día, ¿qué pasa con la solución?

El nuevo modelo queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Z_{\min} &= 1.5x + 2.15y + 2.2z \\ x + y + z &= 28\,000 \\ x &\leq 15\,000 \\ y &\leq 10\,000 \\ z &\leq 35\,000 \\ x, y, z &\geq 0 \end{aligned}$$

Que tiene por solución:

Objective function value

$$\begin{aligned} 1) & 50\,600.0000 \\ X &= 15\,000.00 \\ Y &= 10\,000.00 \\ Z &= 3\,000.00 \end{aligned}$$

Lo cual indica que la nueva combinación óptima es traer 15 000 litros de *M*, 10 000 de *N* y por último 3 000 de *Q*, y que el costo de esta nueva combinación es de \$ 50 600.00.

Aplicación: línea de espera

En una computadora, el sistema operativo es el que se encarga de indicar el orden en que se resolverán las tareas por el microprocesador; por ejemplo, en una PC podemos pedirle al sistema que guarde un archivo en el disco duro y que imprima un documento. En este caso el sistema operativo debe formar una línea de espera, ya que el microprocesador sólo puede realizar una tarea en cada ciclo de reloj. Para optimizar el funcionamiento de las computadoras, se aplicó la teoría de líneas de espera, para indicar al sistema operativo el máximo de tareas que puede aceptar como pendientes, si se sobrepasa este número, puede suceder que el sistema se inhiba.